

செலவு (கிரய), வருமான மற்றும் இலாபச் சார்புகள்

செலவுச் சார்புகள்

உற்பத்தி செய்யப்படுகின்ற வெளியீட்டின் மொத்தச் செலவானது **செலவுச் சார்பு** எனப்படும்.

செலவுச் சார்பு, இரண்டு வெவ்வேறு வகையான செலவுகளைக் கொண்டுள்ளது.

- மாறும் செலவு
- நிலையான செலவு

மாறும் செலவு, வெளியீட்டின் அளவுக்கேற்ப (உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை) மாறுபடுகிறது. மொத்த மாறும் செலவானது, ஒவ்வொரு அலகிற்குமான மாறும் செலவு மற்றும் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை ஆகியவற்றின் பெருக்குத்தொகையாக அமையும். அதிகமான உருப்படிகள் உற்பத்தி செய்யப்படுமாயின் செலவும் அதிகமாக இருக்கும்.

நிலையான செலவு, வெளியீட்டின் அளவுக்கேற்ப மாறுபட மாட்டாது. பொதுவாக, இத்தகைய செலவுகள், உருப்படிகளின் உற்பத்தி நடைபெற்றாலோ அல்லது நடைபெறா திருந்தாலோ எந்த வேளையிலும் ஏற்படக்கூடியவைகளாகும்.

$$\text{செலவுச் சார்பு } C(x) = F + Vx$$

இங்கு C = மொத்தச் செலவு

F = நிலையான செலவு

V = அலகு ஒன்றின் மாறும் செலவு

x = உற்பத்தி செய்யப்பட்ட விற்பனை செய்யப்பட்ட தொகை (கணியம்)

இது **நேர் செலவுச் சார்பு** என அழைக்கப்படுகிறது.

வருமானச் சார்புகள்

வருமானம் என்பது பொருட்களின் விற்பனை, சேவை வழங்கல்கள் போன்றவற்றிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற மொத்தக் கொடுப்பனவுகளாகும்.

வருமானச் சார்பு $R(x)$ என்பது, “ x ” எண்ணிக்கையிலான உருப்படிகள் ஒவ்வொன்றையும் “ p ” விலையில் விற்பனை மூலம் கிடைக்கப்பெற்ற வருமானத்தினைப் பிரதிபலிக்கிறது.

$$R(x) = p \times x$$

இலாபச் சார்புகள்

இலாபச் சார்பு $P(x)$ என்பது, வருமானச் சார்பு $R(x)$ இற்கும் மொத்தச் செலவுச் சார்பு $C(x)$ இற்கும் இடையிலான வித்தியாசம் ஆகும்.

$$\text{எனவே, } P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\text{இலாபம்} = \text{வருமானம்} - \text{செலவு}$$

உதாரணங்கள் :

1. நிலையான செலவு ரூ.850 எனவும் உருப்படி ஒன்றிற்கான மாறும் செலவு ரூ.45 எனவும் அலகு ஒன்றிற்கான விற்பனை விலை ரூ.65 எனவும் கருதி, பின்வருவனவற்றைத் தருக.

- செலவுச் சார்பு
- வருமானச் சார்பு
- இலாபச் சார்பு

- i. மொத்தச் செலவுச் சார்பு $TC(x) =$ மாறும் செலவு + நிலையான செலவு
 $= 45x + 850$
- ii. வருமானச் சார்பு $R(x) = 65 \times x = 65x$
- iii. இலாபச் சார்பு $R(x) = R(x) - TC(x)$
 $= 65x - (45x + 850)$
 $= 20x - 850$

குறிப்பு : பொதுவாக செலவுச் சார்பு எனக் குறிப்பிடப்பட்டாலும் அது மொத்தச் செலவுச் சார்பினையே குறிக்கும் என்பதைத் தயவுசெய்து கவனத்திற் கொள்க.

2. கம்பனி ஒன்றின் வருமானச் சார்பும் செலவுச் சார்பும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

$$\text{வருமானச் சார்பு } R(x) = -36x^2 + 2000x$$

$$\text{செலவுச் சார்பு } C(x) = 125x + 6500$$

இலாபச் சார்பினை எளிய (சுருக்கிய) வடிவில் எழுதுக.

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - C(x) = -36x^2 + 2000x - (125x + 6500) \\ &= -36x^2 + 2000x - 125x - 6500 \\ &= -36x^2 + 1875x - 6500 \end{aligned}$$

3. சில்லறைக் கடை ஒன்று, நிலையான செலவாக ரூ.150 இனையும் அலகு ஒன்றிற்கான மாறும் செலவாக ரூ.175 இனையும் கொண்டிருப்பதுடன் அதன் உற்பத்திப் பொருட்களை அலகொன்று ரூ.500 வீதம் விற்பனை செய்கிறது.

- i. செலவுச் சார்பினைக் காண்க.
- ii. வருமானச் சார்பு யாதாகவிருக்கும்?
- iii. இலாபச் சார்பு யாதாகவிருக்கும்?

விடைகள்

i. செலவுச் சார்பு $C(x) = 175x + 150$

ii. வருமானச் சார்பு $R(x) = 500x$

iii. இலாபச் சார்பு = வருமானச் சார்பு - செலவுச் சார்பு
 $= R(x) - C(x)$
 $= 500x - (175x + 150)$
 $= 325x - 150$

4. கம்பனியொன்று பொருள் ஒன்றினை உற்பத்தி செய்து விற்பனை செய்கிறது. கம்பனியின் நிலையான செலவு ரூ.6000 ஆகவும் மாறும் செலவு அலகொன்றிற்கு ரூ.25 ஆகவும் இருப்பதுடன் பொருளானது அலகொன்று ரூ. 50 வீதம் விற்கப்படுகிறது.

- i மொத்தச் செலவுச் சார்பினைக் காண்க.
- ii மொத்த வருமானச் சார்பினைக் காண்க.
- iii இலாபச் சார்பினைக் காண்பதுடன் 1000 அலகுகள் விற்பனை செய்யப்படும் போதுள்ள இலாபத்தினையும் கணிப்பிடுக.
- iv ரூ. 10,000 இலாபம் ஈட்டுவதற்கு எத்தனை அலகுகள் உற்பத்தி செய்யப்பட்டு விற்பனை செய்யப்படுதல் வேண்டும்?

விடைகள்

i. மொத்தச் செலவுச் சார்பு = $6000 + 25x$

ii. மொத்த வருமானச் சார்பு = $50x$

iii. இலாபச் சார்பு = $50x - (6000 + 25x) = 25x - 6000$

$$\text{இலாபம்} = 25 \times 1000 - 6000 = \text{ரூ. } 19,000$$

iv. இலாபம் (P) = 10,000

$$\therefore 10,000 = 25x - 6,000$$

$$x = 16000/25$$

$$x = 640 \text{ அலகுகள்.}$$

5. நிறுவனம் ஒன்றின் பொருளுக்கான கேள்விச் சார்பு $D = 100 - 2x$ இனாலும் மொத்தச் செலவுச் சார்பு $TC = 300 + 8x$ இனாலும் தரப்படுகிறது எனின், இலாபச் சார்பினைக் காண்க.

விடை

மொத்த வருமானச் சார்பு = கேள்விச் சார்பு (D) $\times x$

$$TR = (100 - 2x) \times x$$

$$= 100x - 2x^2$$

மொத்தச் செலவுச் சார்பு $TC = 300 + 8x$

இலாபச் சார்பு = $TR - TC$

$$= 100x - 2x^2 - (300 + 8x) = 100x - 2x^2 - 300 - 8x$$

$$= -2x^2 + 92x - 300$$

எல்லைச் செலவு (MC)

வெளியீட்டின் மேலதிக அலகொன்றினை உற்பத்தி செய்வதற்கு ஏற்படுகின்ற மேலதிகச் செலவானது **எல்லைச் செலவு** என அழைக்கப்படுகிறது.

உற்பத்திக் கணியம் ஒரு அலகினால் மாற்றமடையும்போது, மொத்தச் செலவில் ஏற்படுகின்ற மாற்றமே எல்லைச் செலவாகும்.

மொத்தச் செலவுச் சார்பின் (TC), கணியம் (x) குறித்தான முதலாவது வகையீடே எல்லைச் செலவுச் சார்பாகக் (MC) கருதப்படுகிறது.

எல்லை வருமானம் (MR)

கணியத்தினை ஒரு அலகினால் அதிகரிப்பதன் மூலம் மொத்த வருமானத்தில் ஏற்படுகின்ற மாற்றமே எல்லை வருமானம் ஆகும்.

எல்லை வருமானம் (MR) என்பது பொருளின் விற்பனையை ஒரு அலகினால் அதிகரிப்பதன் மூலம் பிறப்பிக்கப்படுகின்ற மேலதிக வருமானம் ஆகும்.

மொத்த வருமானச் சார்பின் (TR), கணியம் (x) குறித்தான முதலாவது வகையீடே எல்லை வருமானச் சார்பாகக் (MR) கருதப்படுகிறது.

உதாரணங்கள் :

1. கம்பனி ஒன்றின் செலவுச் சார்பு $6x^2 + 5x + 100$ எனின், எல்லைச் செலவுச் சார்பினைக் கணிக்குக.

விடை

$$C(x) = 6x^2 + 5x + 100$$

$$\frac{dC}{dx} = MC = 2 \times 6x + 5 + 0$$

$$MC = 12x + 5$$

2. ஆண்டொன்றில் தயாரிக்கப்படுகின்ற x எண்ணிக்கையிலான பாதணிகளுக்கான மொத்த செலவுச் சார்பு கீழே தரப்பட்டுள்ளது. எல்லைச் செலவுச் சார்பினைக் கணிக்குக.

$$C(x) = 525 + 150x - 0.2x^2$$

விடை

$$C(x) = 525 + 150x - 0.2x^2$$

$$\frac{dC}{dx} = MC = 0 + 150 - 2 \times 0.2x$$

$$MC = 150 - 0.4x$$

3. ABC கம்பனியின் சந்தைப்படுத்தல் கிளையானது புதிய வடிவிலான பாடசாலைப் பை ஒன்றினைத் தயாரித்து சந்தைப்படுத்துவதற்கு பரிந்துரை செய்துள்ளது. இதன் பொருட்டு அக்கம்பனியின் நிதிக் கிளையானது பின்வரும் செலவுச் சார்பினை (ரூபாவில்) வழங்கியுள்ளது.

$$C(x) = 600 + 120x$$

இங்கு, ரூ. 600 என்பது எதிர்பார்க்கப்படும் நிலையான செலவாகவும்

ரூ. 120 என்பது பாடசாலைப் பை ஒன்றிற்காக எதிர்பார்க்கப்படும் மாறும் செலவாகவும் உள்ளது.

வருமானச் சார்பு (ரூபாவில்) $R(x) = 15x + 0.005x^2$ எனத் தரப்படின்,

- i. எல்லைச் செலவுச் சார்பு (MC) இனைக் கணிக்குக.
- ii. எல்லை வருமானச் சார்பு (MR) இனைக் கணிக்குக.

விடைகள்

- i. $C(x) = 600 + 120x$

$$\frac{dC}{dx} = MC = 0 + 120 = 120$$

- ii. $R(x) = 15x + 0.005x^2$

$$\frac{dR}{dx} = MR = 15 + 2 \times 0.005x = 15 + 0.01x$$

4. கம்பனி ஒன்றின் கேள்விச் சார்பு $D = 42 - 0.001x$ எனவும் செலவுச் சார்பு $C(x) = 30x + 1200$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. இங்கு x என்பது கேள்வி அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகும்.

- இலாபச் சார்பினைக் காண்க.
- எல்லை இலாபச் சார்பினைக் காண்க.
- அலகுகளின் எண்ணிக்கை 1000 ஆக இருக்கும்போது இலாபத்தைக் கணிக்குக.

விடைகள்

- முதலில் நாம் வருமானச் சார்பினைக் கண்டுபிடித்தல் வேண்டும்.

$$\begin{aligned} \text{வருமானச் சார்பு } R(x) &= p \times x = (42 - 0.001x) \times x \\ &= 42x - 0.001x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{இலாபச் சார்பு } P(x) &= \text{வருமானச் சார்பு} - \text{செலவுச் சார்பு} \\ &= 42x - 0.001x^2 - (30x + 1200) \\ &= 42x - 0.001x^2 - 30x - 1200 \\ &= -0.001x^2 + 12x - 1200 \end{aligned}$$

- எல்லை இலாபச் சார்பினைக் காண்பதற்கு நாம் இலாபச் சார்பினை வகையிடுதல் வேண்டும்.

$$\frac{dP}{dx} = MP = 2 \times (-0.001x) + 12 - 0 = -0.002x + 12$$

$$\begin{aligned} \text{iii. } P &= -0.001x^2 + 12x - 1200 \\ &= -0.001(1000)^2 + 12 \times 1000 - 1200 = -1000 + 12000 - 1200 \\ &= \text{ரூ. } 9800 \end{aligned}$$

இலாபத்தை உச்சப்படுத்தல்

இலாபத்தை உச்சப்படுத்தலுக்கான விதி :

$$MR = MC \quad \text{அல்லது} \quad \text{இலாபச் சார்பினை வகையிடுதல்}$$

உதாரணங்கள் :

- கேள்விச் சார்பு $D = 160 - 0.0025x$ எனவும் செலவுச் சார்பு $C = 15x + 0.0025x^2$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. இலாபத்தினை உச்சப்படுத்துகின்ற வெளியீட்டு மட்டத்தினைக் காண்க.

விடை

$$\begin{aligned} \text{வருமானச் சார்பு} &= D \times x \\ &= (160 - 0.0025x) \times x \\ &= 160x - 0.0025x^2 \end{aligned}$$

$$\text{செலவுச் சார்பு} = 15x + 0.0025x^2$$

இலாபத்தை உச்சப்படுத்தும் மட்டத்தில், $MC = MR$

$$R(x) = 160x - 0.0025x^2$$

$$\begin{aligned} MR &= \frac{dR}{dx} = 160 - 2 \times 0.0025x \\ &= 160 - 0.005x \end{aligned}$$

$$C(x) = 15x + 0.0025x^2$$

$$\begin{aligned} MC &= \frac{dC}{dx} = 15 + 2 \times 0.0025x \\ &= 15 + 0.005x \end{aligned}$$

$$MR = MC$$

$$160 - 0.005x = 15 + 0.005x$$

$$160 - 15 = 0.005x + 0.005x$$

$$0.01x = 145$$

$$x = 145/0.01$$

$$x = 14,500 \text{ அலகுகள்}$$

2. கம்பனி ஒன்றின் வாராந்த இலாபச் சார்பு $P = 1400q - q^2 - 240,000$ இனால் தரப்படுகிறது. இங்கு q என்பது வாராந்தம் உற்பத்தி செய்யப்படும் அலகுகளின் எண்ணிக்கையாகும். வாராந்த இலாபத்தினை உச்சப்படுத்துவதற்கு விற்பனை செய்யப்பட வேண்டிய அலகுகளின் எண்ணிக்கையினைக் கணிக்குக.

விடை

இலாபச் சார்பினை வகையிடுதல்

$$P = 1400q - q^2 - 240,000$$

$$\frac{dP}{dq} = 1400 - 2q - 0$$

$$= 1400 - 2q$$

$$2q = 1400$$

$$q = 700 \text{ அலகுகள்}$$

2 ஆவது வகையீடு

$$\frac{d^2q}{dq^2} = 0 - 2 < 0$$

$\therefore q = 700$ என்பது உச்ச இலாபமாகும்.